

Ascenseur d'Einstein : Lignes d'univers, expérience de Michelson-Morley et Paradoxe relativiste

Mathieu Rouaud

Chercheur indépendant, Boudiguen 29310 Querrien, France, mathieu137@gmail.com

(Publié en anglais dans [Physics](#) le 11 août 2022)

Nous avons tous en tête la fameuse expérience de pensée d'Einstein dans l'ascenseur où nous observons la chute libre d'un corps puis la trajectoire d'un rayon lumineux. Ici, en plus de l'aspect qualitatif, nous menons les calculs exacts, et les équations des lignes d'univers sont données. Nous considérons un référentiel en translation rectiligne uniformément accéléré et nous montrons que les trajectoires des particules sont des demi-ellipses centrées sur l'horizon des événements. Le référentiel est non-inertiel, l'espace-temps est plat, et les calculs sont réalisés dans le cadre de la relativité restreinte. Certaines conséquences expérimentales sont discutées, en particulier l'expérience avec l'interféromètre de Michelson accéléré est résolue, et une expérience où apparaît un nouveau paradoxe relativiste – une particule de matière semble aller plus vite que la lumière – est décrite. Les écarts, par rapport au cas classique, sont importants à grande échelle et au niveau de l'horizon, mais ils sont faibles dans l'ascenseur où l'intérêt est avant tout théorique. Les concepts de métrique, de vitesse coordonnée et d'horizon sont discutés, et une analogie avec le trou noir est faite.

1. INTRODUCTION

Nous imaginons une portion d'espace vide infiniment éloignée de toutes masses et une grande boîte, dans laquelle un observateur évolue en apesanteur. À l'aide d'un crochet et d'une corde, une force constante est exercée sur la boîte ainsi animée d'un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré. L'observateur expérimente alors une pesanteur artificielle (figure 1). Nous allons étudier dans le référentiel de l'ascenseur le mouvement de la lumière, puis d'une particule massive, et, finalement, nous allons faire une comparaison avec la chute vers un trou noir lors d'un lâcher.

Dans le référentiel de la boîte, d'abord inertiel, un rayon lumineux se propage à la vitesse c selon une trajectoire rectiligne. Ensuite, la boîte est accélérée et un rayon, initialement perpendiculaire à la direction du mouvement, emprunte alors une trajectoire courbée. Citons Albert Einstein dans son livre *La relativité*^[1] : « la trajectoire du même rayon de lumière, comme il est facile de le montrer, n'est plus une ligne droite ».

Suite à la naissance de la relativité restreinte en 1905, l'expérience de pensée de l'ascenseur accéléré, proposée par Einstein dès 1908, a permis de filer l'analogie avec la gravité pour développer une intuition et guider la fondation de la *relativité générale*. Nouvelle théorie de la gravitation établie en 1915 qui supprime alors celle de Newton. Cette image a été utilisée pour illustrer le principe d'équivalence et prédire la déviation des rayons lumineux par un astre massif.

Néanmoins, il ne faut pas que le cheminement historique de la théorie nous cache un point essentiel : la déviation d'un rayon lumineux dans l'ascenseur accéléré s'explique pleinement dans le cadre de la relativité restreinte. En effet, dans le référentiel accéléré de l'ascenseur, l'espace-temps reste plat, nul champ de gravitation ici, et la déviation des rayons lumineux se comprend par un raisonnement purement cinématique.

Selon le second postulat d'Einstein, la vitesse de la lumière dans le vide est constante et égale à c dans tous les référentiels d'inertie. Une conséquence logique de ce postulat : dans un référentiel non-inertiel la vitesse de la lumière dans le vide, peut, a priori, être différente de c ¹. Une autre propriété : une particule libre suit une trajectoire rectiligne et uniforme dans un référentiel inertiel. Par conséquent, une particule libre peut suivre une trajectoire courbée dans un référentiel non-inertiel. Comme nous allons le montrer, c'est justement ce qui se passe ici pour le rayon lumineux.

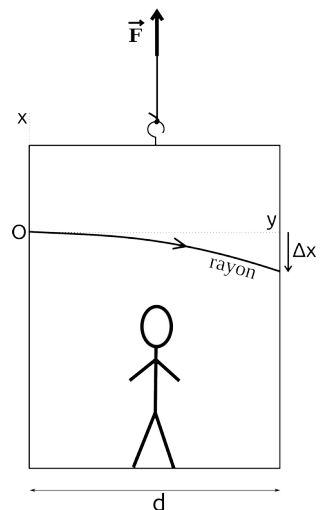


Fig.1 L'expérience de pensée dans l'ascenseur d'Einstein.

¹ Il reste, bien sûr, qu'un objet ne peut en aucun cas dépasser la vitesse de la lumière dans le vide, et que la vitesse de la lumière pour un observateur minkowskien local est toujours égale à c .

2. RÉFÉRENTIEL UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ

2.1. Système de coordonnées

Nous voulons décrire la physique du point de vue de l'observateur avec une accélération propre constante. Un référentiel est une entité physique, auquel nous associons un système de coordonnées pour s'y repérer. Nous commençons en utilisant la description de Desloge et Philpott [2]. Un référentiel uniformément accéléré, R , est défini à l'aide d'un ensemble d'observateurs qui restent au repos l'un par rapport à l'autre dans une hypothétique structure tridimensionnelle rigide. Nous imaginons un ensemble continu d'observateurs infinitésimaux chacun équipé d'une règle et d'une horloge. Un événement est spécifié de manière unique à l'aide de la ligne d'univers de l'observateur sur laquelle l'événement se produit. Nous décidons d'assigner en ensemble de trois nombres (x, y, z) à chaque observateur et un nombre t en chaque point de sa ligne d'univers. Une référentiel avec un système de coordonnées associé fournit un système de référence. Un système de référence est appelé "rigide" si la distance mesurée avec des règles standard au repos entre deux points de référence reste constante au cours du temps [3]. Pour un référentiel inertiel, R' , l'ensemble des horloges peut être synchronisé et t correspond au temps propre de chaque observateur au repos dans R' . Pour un référentiel non-inertiel, ce n'est plus possible et chaque observateur dispose d'une seconde horloge appelée "horloge coordonnée". Cependant, le référentiel uniformément accéléré reste rigide, car les relations entre les observateurs restent inchangées. Nous choisissons un observateur O de R utilisé comme référence : $x=0$, et dans son cas particulier les temps propre et coordonnée restent égaux. Desloge et Philpott font alors une étude à une dimension, dans cette article, l'étude est étendue aux trois dimensions spatiales en utilisant un accéléromètre. En reportant la règle autant que nécessaire dans la direction de l'accélération propre, donnée par un accéléromètre, nous assignons un x à chaque observateur X . Nous procédons de même dans deux directions orthogonales pour y et z . x la direction verticale ascendante, et y et z les directions latérales.

Pour synchroniser toutes les horloges coordonnées, nous utilisons la méthode du radar. O émet un signal lumineux périodique, et chacun des autres observateurs X égalisent le rythme de leur horloge coordonnée avec celui du signal reçu depuis O . O envoie un signal à t_1 réfléchi par X et de retour en O à t_2 (figure 2). Lors de la réflexion en X le temps $t=(t_1+t_2)/2$ est assigné à son horloge coordonnée. Une horloge coordonnée peut être comparée à une horloge radio-controlée par l'horloge propre de O . Nous pouvons aussi synchroniser les horloges situées sur un même plan horizontal de R (le protocole est décrit dans la sous-section 3.3). Il y a invariance par translation selon y et z , et, dans ce cas, les horloges propres sont suffisantes car le rythme des horloges est le même pour un x donné.

Rappelons la définition de Landau et Lifchitz [5] pour un système de référence, où les horloges peuvent être synchronisées sur tout l'espace, appelé "référentiel synchrone" : un référentiel, décrit par une métrique $g_{\mu\nu}$, où les composantes, avec un indice temporel et l'autre spatial, sont nuls, est synchrone. Comme nous le voyons dans la sous-section 2.2 qui suit, c'est le cas du référentiel uniformément accéléré : $g_{0i}=0$ avec $i=1,2$ ou 3 .

Le système de coordonnées a été construit de manière intrinsèque avec les observateurs non-inertiels. Pour définir une accélération propre constante pour O dans un référentiel inertiel R' , nous considérons R' qui coïncide instantanément avec R , et il est alors facile de montrer que l'accélération propre, \vec{a}_p , est momentanément égale à l'accélération \vec{a} de R' par rapport à R . À cet instant t' , toutes les horloges de R' et coïncidentes sont mises à zéro. Si plus tard à t , un deuxième référentiel inertiel R'' coïncide avec R , l'ensemble des horloges coordonnées de R sera encore synchronisé, et nous pourrions égaliser leurs dates avec un ensemble synchronisé d'horloges propre de R'' , par contre, l'ensemble des horloges propre de R ne sera plus synchronisé, surtout pour des valeurs importantes de x .

Revenons aussi sur la méthode pour mesurer la vitesse et l'accélération d'une particule. Quand une particule passe au voisinage d'un observateur, l'observateur a besoin de la collaboration des autres observateurs voisins ; ils peuvent utiliser l'une ou l'autre de leurs horloges – vitesse et accélération coordonnée, $v^{\mu}=dx^{\mu}/dt$ et $a^{\mu}=dv^{\mu}/dt$, respectivement, ou locales, $dx^{\mu}/d\tau$ et $d^2x^{\mu}/d\tau^2$. Dans un référentiel inertiel la vitesse de la lumière est constante et nous pouvons indifféremment mesurer les distances avec une règle ou un radar. Dans un référentiel non-inertiel, la vitesse coordonnée de la lumière varie : les distances mesurées par chaque méthode sont en général différentes [6].

2.2. Métrique et changement de coordonnées

Dans cette sous-section, nous rappelons au lecteur des expressions connues et quelques notations sont introduites. Dans un référentiel non-inertiel, la métrique est non-minkowskienne. Nous considérons la métrique de l'espace-temps d'un observateur avec une accélération propre constante. Nous avons un référentiel R en translation rectiligne et uniformément accéléré par rapport à R' inertiel. Ici, le système de coordonnées

de Rindler (ct, x, y, z) ^[4] est utilisé et nous donnons la métrique pour une particule et une accélération propre constante $\vec{a} = -a_p \vec{e}_x$ avec \vec{e}_x le vecteur unitaire selon la verticale ascendante x ^[7] :

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \left(1 + \frac{a_p x}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (1)$$

Le calcul montre que toutes les composantes du tenseur de courbure de Riemann sont nulles ^[8], l'espace-temps est donc plat, et il existe un changement de coordonnées global qui permet de passer de R à R' ^[4] :

$$ct' = \left(x + \frac{c^2}{a_p}\right) \sinh\left(\frac{a_p t}{c}\right), \quad x' = \left(x + \frac{c^2}{a_p}\right) \cosh\left(\frac{a_p t}{c}\right) - \frac{c^2}{a_p}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad (2)$$

$$\text{avec } \vec{e}_{x'} = \vec{e}_x, \quad x'(t'=0) = x(t=0) = 0 \quad \text{et} \quad v'_{x'}(t'=0) = 0.$$

Nous retrouvons la métrique de Minkowski dans R' : $ds'^2 = ds^2 = c^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2$. Si le tenseur de courbure de Riemann avait une composante non nulle, l'espace-temps serait courbe, et il n'y aurait pas un tel changement global de coordonnées depuis le référentiel non-inertiel à celui inertiel. Ici, il y a un cadre min-kowskien sous-jacent.

Fig.2 Diagramme de Minkowski dans R' inertiel. La fusée uniformément accélérée a une ligne d'univers hyperbolique. Dans le référentiel R' , nous avons représenté les réseaux de lignes coordonnées de R' et R . Dans les deux cas, les lignes coordonnées d'espace et de temps sont orthogonales. Dans ce cas, la fusée définit un corps rigide de référence ^[2,4] par rapport auquel nous pouvons étudier la trajectoire des rayons lumineux.

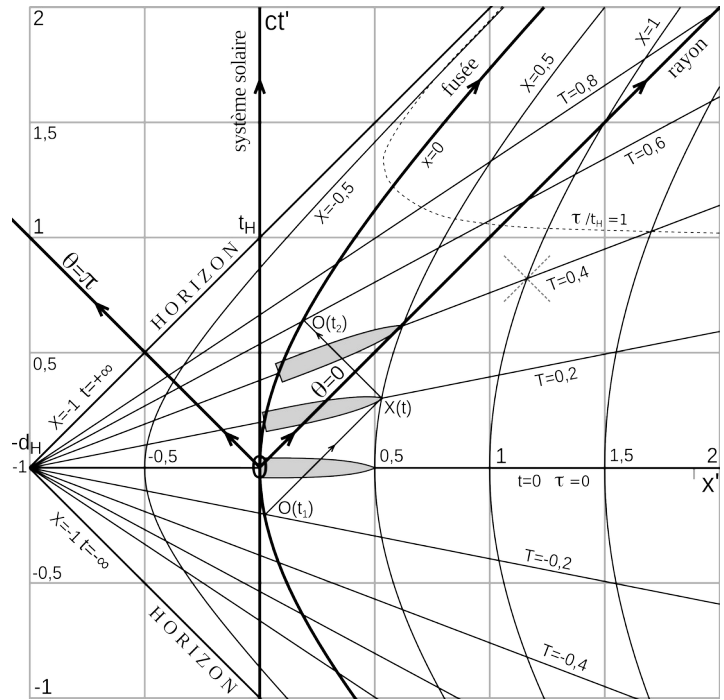
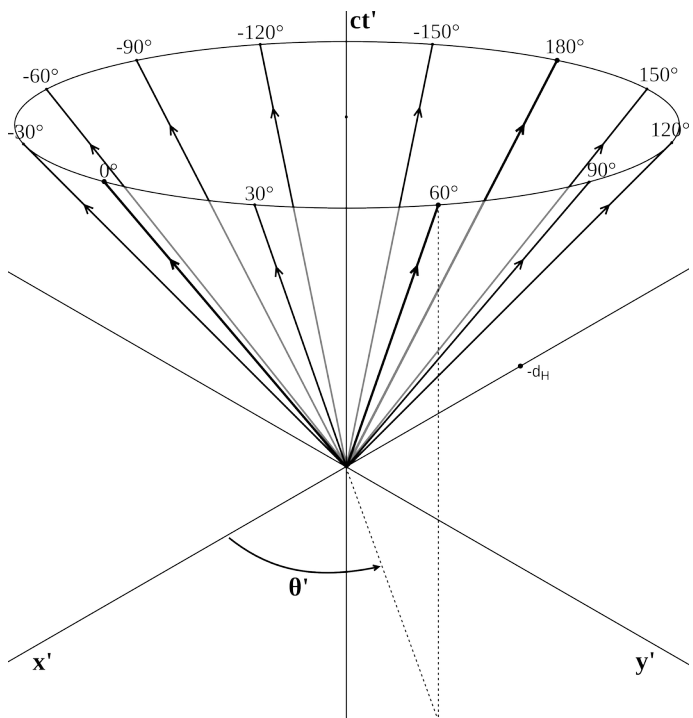


Fig.3 Les lignes d'univers de 12 rayons particuliers dans un diagramme de Minkowski (T', X', Y') avec $\theta'(t'=0) = \theta(t=0)$ comme conditions initiales.



Pour simplifier l'étude, nous utilisons des grandeurs sans dimensions. Pour les distances, $X=x/d_H$ avec la *distance d'horizon* $d_H=c^2/a_p$. Pour les temps, $T=t/t_H$ avec le *temps d'horizon* $t_H=c/a_p$. Pour une accélération équivalente à l'intensité de la pesanteur au niveau du sol terrestre, les grandeurs d'horizon valent environ une année-lumière et un an. Pour illustrer davantage nos propos, nous pourrions associer le référentiel R' au référentiel galactique où les étoiles sont supposées fixes, et remplacer le référentiel R de l'ascenseur par celui d'une fusée accélérée qui effectue un voyage interstellaire. L'hyperplan $x=-d_H$ définit l'horizon des événements comme une rupture du lien causal. Les astronautes verront la Terre, leur point de départ, s'éloigner puis s'arrêter à une année-lumière avec un temps propre figé à un an.

L'accélération propre des observateurs est inversement proportionnelle à la distance d'horizon : $a_p(X)=a_p/(1+X)$, ainsi la rigidité est assurée^[9].

3. RAYONS LUMINEUX

Nous pouvons maintenant établir, comme un nouveau résultat, les équations des lignes d'univers. Sans perdre en généralité, nous prenons comme condition initiale un rayon lumineux qui rentre dans l'ascenseur quand celui-ci a une vitesse nulle dans le référentiel inertiel. Toutes les horloges sont mises à zéro, et l'angle d'entrée du rayon est alors le même pour tous les observateurs (figure 3). Les trajectoires sont toutes placées dans le plan $z'=z=0$.

3.1. Rayons latéraux

La ligne d'univers du rayon dans R' a pour équations $Y'=T'$ et $X'=0$. Or $Y'=Y$, d'où^[4, 8] :

$$X=1/\cosh T-1, \quad Y=\tanh T \quad \Rightarrow \quad (X+1)^2+Y^2=1 \quad (3)$$

Le rayon décrit un quart de cercle de rayon d_H et de centre $(-d_H, 0)$ (figure 4). Pour un rayon lumineux, $d\tau=0$, d'où, $|\beta|=1+X$ avec $\beta=dL/dT$ et $L=\sqrt{X^2+Y^2}$. $|\beta|\neq 1$ car le système de coordonnées (x, t) utilise différentes méthodes physiques pour mesurer les distances et les temps : des règles pour x et l'horloge de O pour t . La vitesse coordonnée du rayon lumineux, d'abord égale à c , diminue et s'annule sur l'horizon en un temps infini. En effet, comme les composantes du tenseur métrique dépendent du point, la vitesse coordonnée correspond à la vitesse locale seulement pour l'observateur particulier O , alors que dans un référentiel inertiel cette vitesse gardait le même sens pour tous les observateurs. Par exemple, pour le référentiel en translation rectiligne uniformément accéléré, la notion de rigidité est maintenue, mais, par contre, on ne peut plus définir un ensemble d'horloges propres synchronisées sur la ligne d'univers d'une particule. Pour l'observateur placé en O , les mesures de ses observateurs placés à différents x avec leurs horloges coordonnées lui indiquent que tout va plus lentement plus bas, et plus vite plus haut. C'est pour cela que, de son point de vue, la lumière va plus lentement aux étages inférieurs, alors qu'un observateur plus bas mesure, là où il est avec son horloge propre, une vitesse de la lumière bien égale à c .

Pour comparaison, nous donnons les prédictions de la théorie de Newton : $X=-Y^2/2$ et $\beta=\sqrt{1-2X}$. Dans cette approximation la trajectoire est parabolique et la vitesse de la lumière augmente vers l'infini.